

**VOUS DISPOSEZ DE DEUX SUJETS N° 1 ET N° 2
VOUS NE TRAITEREZ QUE L'UN DES DEUX**

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

SUJET N° 1

PREMIÈRE PARTIE (développement en quatre pages maximum) (20 points)

Vous analyserez et commenterez les documents qui composent le dossier ci-joint en précisant les enjeux d'apprentissage des grandeurs et de leurs mesures.

DEUXIÈME PARTIE (développement en quatre pages maximum) (20 points)

1/ Vous proposerez, au cycle 2, une programmation d'activités visant la compréhension et l'utilisation du nombre pour comparer, estimer, mesurer des grandeurs. (12 points)

2/ Dans le cadre de cette programmation, vous présenterez une séquence (ensemble de séances sur une période de 4 à 6 semaines). (8 points)

Documents joints :

Document n°1 :

Texte introductif du domaine « Grandeurs et mesures » de l'enseignement des Mathématiques, Programme du cycle 2, BO n°31 du 30 juillet 2020..... Page 2/10

Document n°2 :

Extrait des Repères annuels de progression pour le cycle 2, MEN Éduscol.....Page 3/10

Document 3 :

Extrait du document d'application des programmes 2002 « Mathématiques, cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2) », CNDP.Page 4/10

Document n°4 :

Extraits du document d'accompagnement des programmes 2002 « Grandeurs et mesures à l'école élémentaire »Page 5/10

Documents n°5 :

Extraits d'une ressource Éduscol « Grandeurs et mesures au cycle 2 », MEN, Mars 2016Page 9/10

Grandeurs et mesures

Dans les différents enseignements mais aussi dans leur vie quotidienne, les élèves sont amenés à comparer des objets ou des phénomènes en utilisant des nombres. À travers des activités de comparaison, ils apprennent à distinguer différents types de grandeurs et à utiliser le lexique approprié : longueurs (et repérage sur une droite), masses, contenances (et volume contenu), durées (et repérage dans le temps), prix. La comparaison de grandeurs peut être directe, d'objet à objet (juxtaposer deux baguettes), nécessiter la comparaison à un objet intermédiaire (utiliser un troisième récipient pour déterminer laquelle de deux bouteilles a la plus grande contenance) ou à plusieurs objets de même grandeur (mettre bout à bout plusieurs baguettes identiques pour comparer les longueurs de deux lignes tracées au sol). Elle peut également reposer sur la comparaison de mesures des grandeurs.

Dans le cas des longueurs, des masses, des contenances et des durées, les élèves ont une approche mathématique de la mesure d'une grandeur : ils déterminent combien de fois une grandeur à mesurer « contient » une grandeur de référence (l'unité). Ils s'approprient ensuite les unités usuelles et apprennent à utiliser des instruments de mesure (un sablier, une règle graduée, un verre mesureur, une balance, etc.).

Pour résoudre des problèmes liés à des situations vécues, les élèves sont amenés à calculer avec des grandeurs. Ils utilisent les propriétés des nombres et les opérations, et en consolident ainsi la maîtrise. Pour comprendre les situations et valider leurs résultats ils doivent aussi donner du sens à ces grandeurs (estimer la longueur d'une pièce ou la distance entre deux arbres dans la cour, juger si un livre peut être plus lourd qu'un autre, etc.) en s'appuyant sur

© Ministère de l'Éducation nationale de la Jeunesse et des Sports > www.education.gouv.fr



quelques références qu'ils se seront construites. Ces problèmes sont l'occasion de renforcer et de relier entre elles les connaissances numériques et géométriques, ainsi que celles acquises dans « Questionner le monde ». Ils peuvent faire intervenir des grandeurs repérables (temps, température), des activités de représentation sur un axe, de comparaison (avant, après ; plus froid, plus chaud), de soustraction (calcul d'une durée, calcul d'un écart de température).

Attendus de fin de cycle

- Comparer, estimer, mesurer des longueurs, des masses, des contenances, des durées.
- Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs.
- Résoudre des problèmes impliquant des longueurs, des masses, des contenances, des durées, des prix.

1^{ère} colonne : CP
 2^{ème} colonne : CE1
 3^{ème} colonne : CE2

GRANDEURS ET MESURES

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

Les élèves travaillent sur des grandeurs diverses en commençant par les comparer (plus long que, plus léger que, aussi cher que, plus tard que...) pour appréhender le concept avant d'adopter les conventions usuelles. Ils apprennent ensuite à effectuer des mesures au moyen d'instruments adéquats en s'appropriant peu à peu les unités usuelles. Les différentes unités sont introduites et mises en relation progressivement au cours du cycle.

Les opérations sur les grandeurs sont menées en lien avec l'avancée des opérations sur les nombres, de la connaissance des unités et des relations entre elles.

la longueur

Les élèves comparent des objets, des segments selon leur longueur, d'abord en les estimant. Ils donnent du sens aux expressions « plus long que », « plus court que », « aussi long que », « moins long que », et aussi « double » et « moitié ».

Ils mesurent des segments en utilisant des unités de référence puis en utilisant la règle graduée pour des mesures en centimètres entiers.

Ils appréhendent le mètre (100 cm) à travers par exemple la règle du professeur.

Les élèves consolident les comparaisons, les estimations et les mesures de longueur en cm. Puis le travail se poursuit en utilisant les unités m, dm et km. Ces unités sont mises en relation.

Les élèves continuent à comparer des objets, des segments selon leur longueur en utilisant les unités cm, m, dm et km. Ils mettent ces unités en relation cm, dm, m et m, km.

Les élèves consolident les comparaisons, les estimations et les mesures de longueur en cm, m, dm et km.

Le travail se poursuit en utilisant le mm.

Les élèves mettent ces unités en relation : m, dm, cm et mm.

la masse

Les élèves comparent des objets selon leur masse, en les soupesant puis en utilisant la balance à plateaux, type Roberval, sans que des unités de mesure soient nécessairement introduites.

Ils donnent du sens aux expressions : « Plus lourd que, plus léger... ».

Les élèves consolident les comparaisons d'objets selon leur masse.

Ils mesurent des masses exprimées en g et kg.

Ils mettent en relations ces unités.

Les élèves consolident les mesures de masses d'objets (g et kg).

Ils utilisent l'unité tonne (t).

Ils mettent en relations ces unités (g, kg et kg, t).

la contenance

Les élèves comparent des objets selon leur contenance, en les observant et en les manipulant.

Ils mesurent la contenance d'objets usuels.

Ils découvrent que le litre (L) est une unité de contenance.

Les élèves comparent des objets selon leur contenance en utilisant le L.

Ils utilisent le cL, dL et le L et connaissent leurs relations.

G

randeurs et mesures

Les concepts de grandeur et de mesure prennent du sens grâce à des situations vécues par les élèves et aux problèmes auxquels elles donnent lieu. Les problèmes rencontrés dans cette rubrique sont aussi l'occasion d'utiliser, de renforcer et de relier entre elles les connaissances numériques et géométriques.

Au cycle 2, les élèves étudient la notion de longueur et sont sensibilisés à celles de masse et de durée. Ils commencent à appréhender la notion de volume par le biais de la contenance de certains récipients. Ils apprennent à repérer le temps grâce aux calendriers et aux montres.

La longueur est un concept dont l'apprentissage est premier chez l'élève, essentiellement parce que c'est une propriété de nature perceptive : on voit lequel de deux enfants est le plus grand s'ils sont côte à côte (comparaison directe de longueurs). Si les deux enfants sont séparés par une cloison et ne peuvent pas se déplacer, il est nécessaire d'utiliser un objet intermédiaire pour transporter la longueur de l'un et la comparer à celle de l'autre (comparaison indirecte de longueurs). S'il s'agit de commander un vêtement pour un enfant, il est en général nécessaire de mesurer la taille de cet enfant, par exemple en centimètres (activité de mesurage).

Les situations qui permettent de construire les concepts de grandeur et de mesure peuvent être ainsi traitées par diverses méthodes, compte tenu des contraintes :

- par comparaison directe : juxtaposition, superposition, mise en regard des deux objets, utilisation de la balance Roberval pour les masses ;
- par comparaison indirecte : recours à un objet intermédiaire, à un instrument de report (longueur servant de gabarit, masse fixée) ou transformation de l'un des objets pour le rendre comparable à l'autre (par exemple, une ligne non rectiligne peut être transformée en ligne rectiligne) ;
- par mesurage, en utilisant un étalon arbitraire ou conventionnel (la grandeur unité) et en associant un nombre à la grandeur (le nombre de reports nécessaires de la grandeur unité).

Cette dernière méthode marque l'accès à la mesure, au sens mathématique du terme. Il devient alors pertinent de construire des objets définis par des mesures (l'unité de grandeur étant fixée) ou de mesurer des objets (la grandeur à mesurer étant précisée).

Les activités de comparaison (directe ou non) sont essentielles. C'est à travers elles que l'élève accède aux grandeurs considérées et distingue progressivement la longueur d'un objet de la place qu'il occupe ou sa masse du volume qu'il occupe.

Les unités utilisées sont, dans un premier temps, choisies arbitrairement par les élèves (par exemple, longueur d'un crayon, masse d'une bille). Outre la nécessité de disposer d'une unité pour mesurer, les élèves prennent également conscience que le choix de l'unité dépend de l'objet à mesurer. Le passage aux unités usuelles (mètre, centimètre, gramme, kilogramme) doit apparaître comme lié à la nécessité de communiquer, avec des références communes à tous. Il est important que l'élève repère la catégorie de grandeur à laquelle fait référence une situation donnée et qu'il soit capable de préciser les unités appropriées (mètre et centimètre pour les longueurs, gramme et kilogramme pour les masses, heure et minute ou mois, semaine et jour pour les durées). Aucune virtuosité sur les conversions d'unités n'est demandée. Il est attendu une maîtrise raisonnée des unités citées, dans les situations où leur usage est pertinent. Les résultats de mesurage peuvent être exprimés avec des expressions complexes, c'est-à-dire utilisant plusieurs unités, par exemple 1 m 17 cm (ou 1 m et 17 cm). On retrouve ce choix dans les expressions liées à la monnaie, par exemple : 3 euros 20 centimes (ou 3 euros et 20 centimes).

Grandeurs et mesure à l'école élémentaire

Intentions

Au cycle 2, les élèves étudient la notion de longueur et sont sensibilisés à celle de masse et à celle de temps. Ils commencent à appréhender la notion de volume par le biais de la contenance de certains récipients. Ils apprennent à mesurer longueurs, masses et durées et à repérer des dates ou des moments grâce aux calendriers et aux montres.

Au cycle 3, les activités proposées aux élèves se situent dans le prolongement de celles du cycle 2 : les élèves étudient donc les longueurs, les masses, les volumes (sous leur aspect contenance), les dates et les durées. Ils se familiarisent avec les aires. Ils approchent la notion d'angle.

Dans les deux cycles, le travail sur grandeurs et mesures est conduit en liaison avec les activités évoquées dans les rubriques « Découvrir le monde » et « Sciences expérimentales et technologie ».

Ce texte a pour objet de compléter les indications des documents d'application « Mathématiques cycle 2 » et « Mathématiques cycle 3 », pour l'enseignement des « grandeurs et mesures » (cycle 2, page 29 et cycle 3, page 35). Il requiert une lecture préalable de ces documents.

L'attention des enseignants est également attirée sur le fait que certains mots sont utilisés en mathématiques avec un sens qui diffère de celui usuellement pratiqué, ce qui peut faire obstacle à la compréhension de la notion mathématique en jeu.

Dans une première partie, sont explicitées les démarches proposées dans les documents d'application. Dans une deuxième partie, des précisions sont apportées sur les longueurs, les aires, les dates et les durées.

Partie A. Quelques repères pour l'enseignement des grandeurs et de la mesure

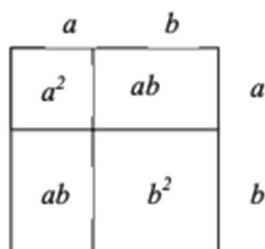
1. L'importance de ce thème pour les apprentissages mathématiques

Les activités liées à la mesure font intervenir, en étroite imbrication, des notions géométriques et des notions numériques ; elles contribuent à une meilleure maîtrise des unes et des autres.

Par exemple, au cycle 2, la question de savoir quelle longueur de ruban reste disponible après avoir découpé, devant les élèves, un ruban de 37 cm dans un ruban de 50 cm, permet de renforcer le sens de la différence de deux nombres.

Au cycle 3, la résolution de problèmes de mesure de longueurs et d'aires aide les élèves à prendre conscience de l'insuffisance des entiers et de la nécessité d'introduire d'autres nombres : fractions, puis nombres décimaux.

Au collège les situations liées au calcul sur les longueurs, les aires et les volumes sont des supports privilégiés pour des apprentissages du calcul numérique (par exemple pour la multiplication de deux décimaux) et du calcul algébrique (distributivité de la multiplication sur l'addition, identités remarquables : par exemple $(a+b)^2$ est l'aire d'un carré de côté de longueur $(a+b)$: c'est donc la somme des aires de deux carrés et des aires de deux rectangles)



La connaissance de l'espace environnant passe souvent par le recours à des mesures : distance entre deux lieux (associée à la longueur du chemin qui joint ces deux lieux) ; superficie ou étendue (expression courante pour aire) d'une pièce à carrelor ou à peindre ; volume d'un ingrédient en cuisine ; durée d'un film...

Les élèves doivent donc acquérir des connaissances et des compétences spécifiques relatives à différentes mesures. La construction de ces connaissances s'appuie sur un travail préalable sur les grandeurs auxquelles ces mesures sont associées.

2. Les grandeurs avant leur mesure

Il est possible d'associer diverses grandeurs à un objet, par exemple pour un objet cubique :

- une *contenance* (un *volume*), qui correspond à la quantité d'eau qui pourrait le remplir ;
- une *masse* : celle-ci dépend de la matière dont est constitué le cube ;
- des *aires*, celle d'une face ou l'aire totale de toutes ses faces (qui correspondrait à l'aire de la surface minimale de carton nécessaire pour en faire un « patron ») ;
- des *longueurs*, celle d'une arête ou la longueur totale de ses arêtes (qui correspondrait à la longueur minimale de fil de fer nécessaire pour en faire un « squelette ») ;

L'aire totale du cube est la somme des aires des faces ; par contre la longueur totale des arêtes n'est pas la somme des périmètres des faces, comme le supposent beaucoup d'élèves. Seule une représentation fine de ce que représente chacune des grandeurs, longueur et aire, permet de comprendre cette erreur.

Le fait d'annoncer la bonne unité de mesure à la suite du nombre n'est pas suffisant pour que les élèves se représentent correctement une grandeur (par exemple pour qu'ils différencient aire et périmètre) : il est nécessaire qu'ils aient préalablement travaillé sur les propriétés de chacune de ces grandeurs (ici longueur et aire).

Les premières activités visent à **construire** chez les élèves le **sens de la grandeur**, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne. Le concept s'acquiert progressivement en résolvant des problèmes de comparaison, posés à partir de situations vécues par les élèves, suivis de moments d'institutionnalisations organisés par le maître. De tels problèmes amènent notamment à **classer des objets** : certains, pourtant d'apparences différentes, sont équivalents selon un critère déterminé, longueur, aire... : ainsi un crayon peut avoir la même *longueur* qu'un stylo, mais il existe des crayons de *longueurs* différentes ; il suffit de les disposer côte à côte pour le constater. Les problèmes posés peuvent donner lieu à :

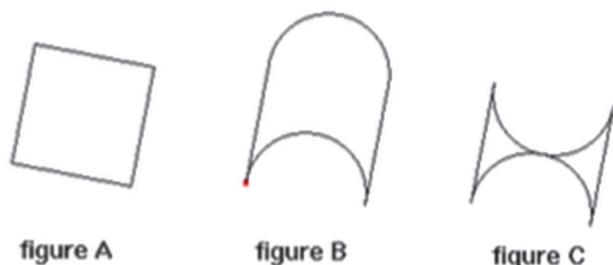
- des **comparaisons directes** : juxtaposition, superposition pour les longueurs, les angles ou les aires ; transvasements du contenu d'un récipient dans un autre pour les contenances ; soupesage ou utilisation de la balance Roberval pour les masses ;

- des **comparaisons indirectes** : recours à un objet intermédiaire (longueur servant de gabarit, masse fixée servant d'étalon) ou transformation de l'un des objets pour le rendre comparable à l'autre (par exemple, déroulement d'une ligne non rectiligne) ; découpage et recomposition d'une surface pour les aires...

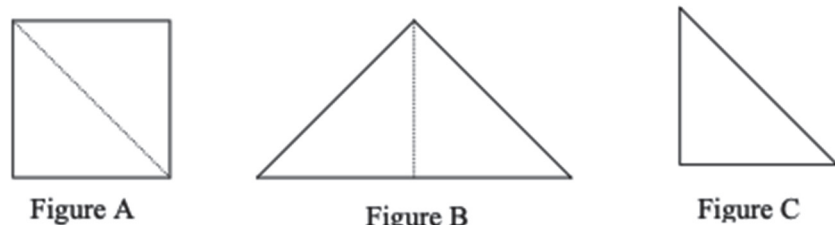
Les élèves sont aussi habitués progressivement à anticiper mentalement les résultats des comparaisons avant de les valider par l'expérience.

Par exemple, comparer les aires et les périmètres des surfaces A, B et C construites à partir de carrés et de demi-cercles :

aire (figure B) = aire (figure A) MAIS périmètre (figure B) > périmètre (figure A)
aire (figure B) ≠ aire (figure C) MAIS périmètre (figure B) = périmètre (figure C)



Dans un second temps, les comparaisons amènent à pointer des **rapports de grandeurs** : il faut savoir que les élèves ont accès à la compréhension des relations entre grandeurs (égalités, inégalités, rapports simples) avant d'être capables de mesurer ces grandeurs. Ainsi il leur est facile, sans recourir à la mesure, de dessiner un crayon *deux fois (trois fois) plus long qu'un autre*. Il est souvent moins « évident » pour eux que l'aire de la figure A est le double de celle de la figure C ou que les figures A et B ont la même aire : une décomposition (suivant la ligne pointillée) puis une recomposition des figures permet de s'en convaincre.



Ainsi, sans utiliser la mesure, il est possible de comparer des aires (et de vérifier que deux figures de formes différentes peuvent avoir la même *aire*) ou de trouver des rapports d'aires.

3. Le vocabulaire des grandeurs

Comme pour les autres domaines des mathématiques, l'enseignant doit exercer une certaine vigilance sur le langage utilisé pour évoquer les grandeurs. Le mot *grandeur* n'a pas à être utilisé en classe : il est remplacé par *longueur*, *masse*, *aire*, etc. selon le contexte.

Les mots du *domaine des longueurs* sont assez nombreux. Sans chercher à être exhaustifs, citons *hauteur* d'un monument, d'un arbre (par contre la *hauteur du soleil* est un angle -cf. Fiche Connaissances n°19 cycles 2 et 3) ; *altitude* d'un sommet, d'un avion

en vol ; *dénivelé* d'une route ; *profondeur* d'une piscine, d'un placard ; *taille* d'une personne, *tour* de cou, *tour* de taille ; *distance* entre deux lieux, entre deux points ; *largeur* d'un fleuve, d'un rectangle ; *périmètre* d'un polygone ; *circonférence* d'un cercle. Il est important pour l'élève que tous ces mots, utilisés dans des contextes différents, se réfèrent au même concept, appelé en mathématiques *longueur*.

Certains mots désignant des unités de longueur (*mètre*, *décamètre*, *décimètre*) sont aussi utilisés pour nommer un outil de mesure : mètre ruban, mètre de couturière, décamètre d'arpenteur, double-décimètre de l'élève.

Le mot *aire* est utilisé en mathématiques de préférence à celui de *surface*. Il doit être différencié de ses homonymes : l'*air* qu'on respire, l'*air* qu'on fredonne, l'*aire* de repos sur l'autoroute ou une *aire* géographique (toutes deux plutôt apparentées à une surface), l'*ère* (l'époque).

Dans le domaine des *volumes*, le terme *contenance* désigne un *volume* intérieur, les deux termes *contenance* ou *volume* peuvent être utilisés, tout en soulignant leur différence avec le *volume du son* (qui évoque son intensité), le *volume* posé sur l'étagère (le livre)....

À l'école primaire, le mot *masse* est considéré comme synonyme de *poids*, comme dans le langage courant. Il est homographe de la *masse*, outil de l'ouvrier du bâtiment.

L'usage adapté du « bon mot » ne peut être exigé de la part de tous les élèves, mais l'enseignant doit veiller à utiliser correctement ce vocabulaire et engager les élèves dans des mises en relation comme, par exemple, rattacher au domaine des longueurs tous les mots qui l'évoquent.

4. Des grandeurs à leur mesure

Il est souvent commode, pour comparer toutes les grandeurs d'un même domaine, de les comparer à une grandeur particulière, bien choisie, dite 'étalon'. On dit alors que 'l'étalon mesure une unité'. Il devient dès lors possible d'associer à chaque grandeur un nombre, appelé 'sa mesure relativement à cette unité'.

Remplacer une grandeur par un nombre présente un grand intérêt. En effet il est alors possible :

- de communiquer sur la grandeur des objets grâce aux nombres rapportés à une unité ;
- de fabriquer un objet dont la grandeur est donnée par un nombre rapporté à une unité ;
- de comparer des objets selon une grandeur en leur attribuant un nombre ou en utilisant des encadrements entre deux nombres, ces nombres étant rapportés à une unité.

Dans certains cas, la mesure de la grandeur est obtenue à l'aide d'un mesurage, par report de l'étalon ou par utilisation d'un instrument. Ces deux actions correspondent à une prise d'informations directe sur l'objet.

Dans d'autres cas, la mesure est le résultat d'un calcul

Il est souhaitable que les élèves apprennent à **estimer la mesure avant de procéder au mesurage**, soit à l'œil, soit en ayant recours à des gestes : parcourir le gymnase pour en estimer la longueur, soit à partir de longueurs connues : entre un et deux mètres (taille d'une personne), entre 10 et 25 cm (empan de la main), entre 4 et 5 mètres (dimension d'une pièce usuelle).

L'utilisation adaptée des **instruments de mesure** nécessite un apprentissage. La plupart du temps, la mesure est obtenue par lecture d'une graduation (instruments de mesure de longueur, cadran d'une balance graduée, graduations d'un verre mesureur...). Il est donc particulièrement important de comprendre le fonctionnement des instruments de mesure de longueur. C'est pourquoi nous développons plus particulièrement le thème des longueurs dans la deuxième partie de ce document.

Les élèves doivent être placés dans des situations de mesurage. Ces activités sont accompagnées d'une première réflexion sur le caractère approximatif de certains résultats.

Rappelons à ce sujet ce qui est écrit dans les Documents d'Application des Programmes de Mathématiques

« Si la réflexion sur la précision des mesures est encore difficile au cycle 2, le maître sensibilise ses élèves à la difficulté de lire exactement une mesure. Par exemple, un segment prévu par le maître comme mesurant 5 cm ne pourra pas toujours être mis en correspondance parfaite avec le 0 et le 5 de la règle graduée en cm. » Document d'Application cycle 2 page 30

« Une réflexion sur la précision des mesures sera menée à l'occasion de chaque activité : il ne s'agit pas d'exiger une précision exemplaire, mais au contraire de faire prendre conscience des approximations liées à la taille des objets, à la précision des instruments et à leur utilisation. Souvent, cela se traduit par un intervalle de confiance, une " erreur maximum ". Par exemple, pour le mesurage d'un segment dont la longueur prévue est 4,8 cm, les longueurs de 4,7 cm, 4,8 cm et 4,9 cm sont jugées acceptables. » Document d'Application cycle 3 page 35.

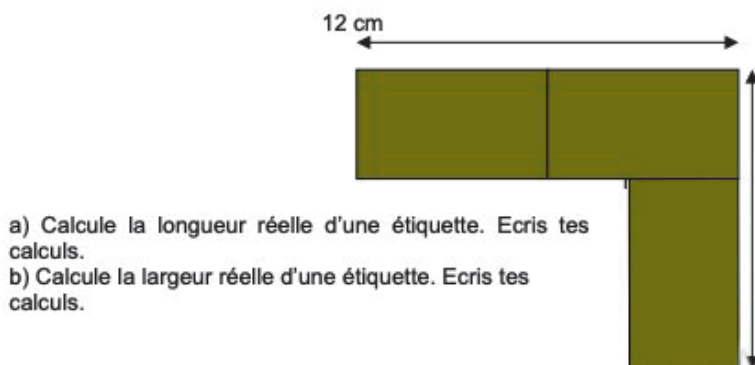
Les élèves doivent être confrontés à des problèmes où ils ont l'initiative de prélever des informations liées aux mesures, qui peuvent être données sous trois formes.

- Sur des dessins à l'échelle 1, le prélèvement d'informations relève du mesurage. Ainsi pour déterminer le périmètre d'une surface polygonale dessinée sans indication de mesure, les élèves ont la responsabilité de prélever les longueurs nécessaires, l'enseignant veillant, en fin d'activité, à indiquer le périmètre avec un intervalle de confiance.
- Avec des dessins à une autre échelle précisée (par exemple 1 cm représente 5 m), le mesurage seul ne suffit plus ; il faut faire intervenir des connaissances relatives à la proportionnalité.

- Des schémas cotés nécessitent d'abandonner le mesurage et d'apprendre à lire des informations symboliques (codes d'égalité de longueurs, code d'angle droit) et textuelles.

Un travail spécifique est nécessaire pour apprendre à changer de points de vue selon le dessin proposé et à connaître certaines conventions. Il est important qu'en fin d'école primaire, les élèves ne considèrent pas qu'une mesure s'obtient uniquement à l'aide d'un mesurage effectif et qu'ils résolvent correctement le problème suivant (Evaluation nationale de sixième, 2000).

Sophie a dessiné et colorié trois étiquettes rectangulaires toutes identiques sur une plaque de carton, comme le montre le dessin. La plaque est rectangulaire et a pour longueur 12 cm et pour largeur 10 cm.



Actuellement, à l'entrée en Sixième, plus d'un élève sur cinq utilise son double-décimètre pour répondre, alors que le support étant un schéma coté, la réponse s'obtient par déduction et calcul, ce qui souligne la nécessité d'un travail sur ce type de situation

5. Le système métrique

Le Système International (SI) d'unités est fixé par le Bureau International des Poids et Mesures (créé en 1875). Les unités de base du SI sont le mètre, le kilogramme et la seconde. Le litre est une unité dite d'usage courant.

Les définitions (et les symboles) des unités sont modifiés de temps à autre pour suivre l'évolution des techniques de mesure. Plus de renseignements sont disponibles sur <http://www1.bipm.org/fr/bipm/metrology/>

Il est important que les élèves soient familiarisés avec la signification des préfixes les plus usités accolés à l'unité de référence

$$\text{kilo} \leftrightarrow 1000 ; \text{hecto} \leftrightarrow 100 ; \text{déca} \leftrightarrow 10 ; \text{déci} \leftrightarrow \frac{1}{10} ; \text{centi} \leftrightarrow \frac{1}{100} ; \text{milli} \leftrightarrow \frac{1}{1000}$$

et sachent s'y référer pour des conversions concernant les longueurs référencées au mètre, les masses référencées au gramme et les contenances référencées au litre.

Attention, pour les aires référencées au mètre carré (et les volumes référencés au mètre cube), la signification des préfixes n'est plus celle qui précède. Deux unités d'aire « voisines » (km^2 , hm^2 , dam^2 , m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2) ne sont plus dans un rapport 10 comme les unités de longueurs voisines (km , hm , dam , m , dm , cm , mm), mais dans un rapport 100. Cela est dû à la construction du système métrique : les unités d'aires du Système International sont construites comme produits de deux longueurs. Ainsi :

$$1 \text{ décamètre}^2 = (1 \text{ décamètre})^2 = (10 \text{ mètres})^2 = 10^2 \text{ mètres}^2 = 100 \text{ mètres}^2$$

La puissance deux (au carré) affecte aussi le préfixe *déca* qui ne signifie plus 10, mais 10^2 .

Par contre pour des unités d'aire telles que are, hectare, centiare (dont la connaissance n'est pas exigible à l'école primaire, même si elles peuvent être utilisées), les préfixes conservent la signification qu'ils ont pour les unités de longueur. Ainsi :

$$1 \text{ hectare} = 100 \text{ ares} \quad \text{et} \quad 1 \text{ centiare} = \frac{1}{100} \text{ are.}$$

Rappelons que $1 \text{ are} = 100 \text{ m}^2$.

Les exercices de transformation de mesures par changement d'unités doivent rester raisonnables et reposer sur la mobilisation systématique de connaissances telles que $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$; $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$. Des questions du type "combien de millimètres dans 5 km ?" (s'il s'agit par exemple de compter des pas de fourmis) ne doivent pas faire l'objet d'exercices systématiques : si elles sont posées, les élèves peuvent y répondre à l'aide de procédures personnelles.

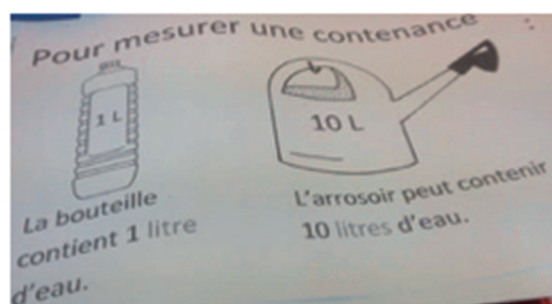
Le tableau dit "de conversion des unités" ne doit pas être proposé avant qu'un certain nombre d'exercices de transformation de mesures ait permis aux élèves de prendre conscience des régularités, dues à la compatibilité du système métrique avec l'écriture décimale numérique.

Construire des références

Pour passer du concept de grandeur à celui de mesure, il est nécessaire que les élèves construisent des éléments de référence issus de leur univers quotidien et adaptés à celui-ci. Par exemple, prendre pour référence du litre une brique de lait, adosser 33 centilitres à une canette de soda, le mètre à la règle que l'enseignant utilise au tableau, etc.

Affichages et traces écrites

Les affichages et les traces écrites dans les cahiers d'élève doivent être l'objet d'une forte attention.



Dans l'exemple ci-contre, il s'agit d'une forme de représentation qui exige une prise de distance et donc une capacité à abstraire. Il convient de privilégier les objets réels (disposer dans la classe d'un arrosoir et d'une bouteille d'eau sur lesquels les capacités sont affichées) afin de les manipuler régulièrement. Ce n'est qu'au terme de cette démarche que les affichages prendront un réel sens pour les élèves.

La trace écrite dans les cahiers d'élève doit elle aussi être fonctionnelle et doit rendre compte des expériences conduites.

EXEMPLE

Un kilogramme c'est 1000 grammes.

Selon les objets, un kilogramme prend plus ou moins de place.

Un kilogramme, c'est la masse d'un litre d'eau, c'est aussi la masse de quatre paquets de pâtes de 250 g, ou d'un gros oreiller.

Six compétences : chercher, raisonner, modéliser, représenter, calculer, communiquer

S'appuyer sur ces six compétences aide à la conception des séances d'apprentissage et permet aussi de décrypter les productions des élèves lors de la résolution de problèmes relatifs aux grandeurs et mesures : l'élève a-t-il raisonné ? modélisé ? Ce n'est pas parce qu'un élève n'a pas « tout bon », qu'il a « tout faux » ; les six compétences constituent donc une bonne grille de lecture permettant de repérer les points d'appui et les difficultés rencontrées et ainsi d'opérer les remédiations nécessaires.

Le travail sur les grandeurs et mesures est particulièrement propice au développement des six compétences travaillées en mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer.

- **Chercher** : tester, essayer plusieurs pistes de résolution dans la résolution des problèmes relevant des grandeurs et mesures. Chercher, par exemple, un découpage permettant de comparer les aires de deux figures de formes différentes.
- **Modéliser** : c'est traduire la réalité en modèle mathématiques pour revenir ensuite à la réalité. Au quotidien, on modélise fréquemment pour des problèmes de la vie courante. Lorsque l'on veut poser du lambris dans une montée d'escalier, on est amené à modéliser cette situation : la surface à lambriser s'apparente à un triangle rectangle dont on doit calculer l'aire.

- **Représenter** : on peut, par exemple, représenter la situation précédente sur une feuille en indiquant des côtes.
- **Raisonner** : chacune des étapes de résolution d'un problème impliquant des grandeurs (compréhension de l'énoncé et de la consigne, recherche, production et rédaction d'une solution) fait appel au raisonnement. L'exemple ci-dessus nécessite de raisonner pour construire la modélisation appropriée, chercher la solution « théorique », la majorer pour compenser les coupes, etc.
- **Calculer** : dans un problème impliquant des grandeurs, les mesures fournissent des nombres qui peuvent être entiers, décimaux, voire non décimaux, avec lesquels les élèves doivent mettre en œuvre des calculs sous différentes modalités : calcul mental, en ligne, posé ou instrumenté. L'exercice ci-dessus nécessite un calcul pour déterminer l'aire du triangle rectangle, et sans doute d'autres calculs pour déterminer le nombre de paquets de lambris à acheter, calculs qui différeront sans doute en fonction des fournisseurs...
- **Communiquer** : dans le cadre d'une activité mathématique, communiquer est un objectif de formation essentiel, tant à l'oral pour exprimer le travail réalisé et le raisonnement suivi, qu'à l'écrit pour produire des réponses compréhensibles par un lecteur extérieur. Dans notre exercice, il faudra être en mesure de communiquer avec le vendeur sur les besoins en surface de lambris et la façon dont cette surface a été déterminée.